

STICHTING  
MATHEMATISCH CENTRUM  
2e BOERHAAVESTRAAT 49  
AMSTERDAM

S 53 (M 25)

Toets van Bartlett



Toets van Bartlett<sup>1)</sup>

Stel we hebben N waarnemingen:

$$\begin{array}{ccccccc} x_{11} & x_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{n_1 1} \\ x_{21} & x_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{n_2 2} \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ x_{1p} & x_{2p} & & & & x_{n_p p} \end{array}$$

die verdeeld zijn in p subgroepen, terwijl het aantal waarnemingen in de  $j^e$  subgroep  $n_j$  is.

Veronderstel verder dat ieder der subgroepen een steekproef is uit een normale verdeling. De te toetsen hypothese  $H_0$  is dan dat de spreidingen der subgroepen gelijk zijn.

Is  $\bar{x}_j$  het gemiddelde van de waarnemingen in de  $j^e$  subgroep,  $\nu_j = n_j - 1$ ,  $N' = \sum_{j=1}^p \nu_j = N - p$

$$s_j^2 = \frac{1}{\nu_j} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

$$s^2 = \sum_{j=1}^p \frac{\nu_j}{N'} s_j^2$$

dan definiëren wij:

$$L_1^* = \prod_{j=1}^p \left( \frac{s_j^2}{s^2} \right)^{\frac{\nu_j}{N'}}$$

$L_1^*$  is dus de verhouding van het geometrisch en het rekenkundig gemiddelde van de varianties der subgroepen en is dus  $\leq 1$ .

Als toetsingsgrootheid wordt nu genomen:

---

<sup>1)</sup> Dit memorandum is slechts bedoeld ter oriëntatie en streeft niet naar volledigheid of volledige exactheid.

$$M = -N' \lg L_1^* = N' \lg \sum_{j=1}^p \frac{\nu_j}{N'} s_j^2 - \sum_{j=1}^p \nu_j \lg s_j^2$$

en  $M$  is dus  $\geq 0$ .

Als  $H_0$  juist is zal  $M$  in het algemeen klein zijn en de kritieke zône bestaat dus uit grote waarden van  $M$ .

Deze toets van Bartlett is analoog aan een enkele jaren eerder door J. Neymann en E.S. Pearson afgeleide toets, waarbij in de toetsingsgrootheid  $n_j$  en  $N$  in plaats van  $\nu_j$  en  $N'$  gebruikt worden. De met  $L_1^*$  overeenkomende grootheid noemden zij  $L_1$ . De toets wordt, in deze oudere vorm,  $L_1$ -toets genoemd.

Litteratuur: H.O. Hartley: Testing the homogeneity of a set of estimated variances. Biometrika 31 (1940) p. 249.

Tabellen: H.O. Hartley en E.S. Pearson: Tables for testing the homogeneity of a set of estimated variances. Biometrika 33 (1946) p. 296.